

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. Д. Фаддеев, Как я работал с Виктором Поповым, *Зап. научн. сем. ПОМИ*, 1995, том 224, 5–9

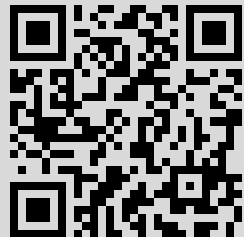
Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 195.218.150.2

6 марта 2018 г., 13:30:47



Л. Д. Фаддеев

## КАК Я РАБОТАЛ С ВИКТОРОМ ПОПОВЫМ

Виктор Попов был одним из первых моих сотрудников. Он не был моим студентом в отличие от большинства моих сотрудников в дальнейшем. Виктор закончил кафедру теоретической физики физического факультета ЛГУ и в 1959 году начал работу в группе Ю. В. Новожилова в ЛОМИ. Однако, на очередной волне сокращения совместителей, эта группа была расформирована, и Виктор был взят обратно в ЛГУ, сначала аспирантом на своей кафедре, а затем ассистентом, но уже на кафедре математической физики, с которой я был тесно связан. Именно там началось наше сотрудничество, в ходе которого Виктор снова перешел в ЛОМИ в начале 1965 г., где и остался на всю жизнь. Вдвоем мы составили группу, из которой в 70-е г.г. выросла лаборатория математических проблем физики.

Как я уже отмечал в [1], именно в начале 60-х г.г. после завершения работы над квантовой проблемой трех тел я почувствовал, что могу заняться вплотную квантовой теорией поля. В 1963 г. у меня уже вышла работа по теории канонических преобразований в проблеме многих тел с несохранением числа частиц, и я искал хороший физический пример для иллюстрации моих методов. Появление в лице Виктора сотрудника, хорошо знающего стандартную технику теории возмущений, основанную на диаграммах Фейнмана, оказалось очень удачным для этой цели.

В это время — 60-е г.г. — квантовая теория поля фактически исчезла из поля интересов специалистов по элементарным частицам. Она уступила место общей теории  $S$ -матрицы, основанной на дисперсионных соотношениях и полюсах Редже. В то же время диаграммная техника получила новое успешное приложение в нерелятивистской теории конденсированных сред. Подчиняясь физической моде, Виктор и я решили испытать свои силы именно в этой области. Мы применили каноническое преобразование для переформулировки теории Н. Н. Боголюбова системы бозе-газа. Возникшая при этом диаграммная техника усовершенствовала подход С. Т. Беляева к бозе-газу. Наша работа была принята в ЖЭТФ, что было нетривиально для авторов, не входящих в физическое сообщество, примыкающее к этому журналу. Она стала

первой публикацией для Виктора и в значительной степени определила круг его дальнейших интересов.

Так началась наша совместная работа. Мне кажется, что в ней мы удачно дополняли друг друга. Виктор изумительно знал, чувствовал и применял формализм. За мной были выбор задач и общая математическая идеология.

Кульминацией нашего сотрудничества были 66–67-й год, когда мы вместе работали над проблемой квантования калибровочных полей. Я уже описывал этот период в [1], не буду частично повторяться.

Расширяя свою работу в квантовой теории поля, я решил изучить более внимательно теорию тяготения Эйнштейна и дифференциальную геометрию, лежащую в ее основе. Математическими источниками стали монографии А. Лихнеровича по теории тяготения [2] и теории связностей [3]. Современные взгляды физиков я почерпнул, в основном, из сборника переводов, выпущенного под редакцией Д. Д. Иваненко под названием “Компенсированные поля”. Наряду со статьями, посвященными гравитационному полю, там содержалась статья Ц. Н. Янга и Р. Миллса, где впервые были введены векторные поля Янга и Миллса. Сравнение с учебником Лихнеровича сразу показало, что поле Янга–Миллса имеет геометрическую интерпретацию как связность в векторном расслоении. Это математическое соображение было достаточным для того, чтобы начать работать над квантовой теорией полей Янга–Миллса, несмотря на то, что очевидных физических приложений для них не было видно. Еще один стимул был добавлен публикацией текста лекции Р. Фейнмана [5], посвященной квантовой теории гравитации, которую он прочел в Польше в 1962 г. В этой лекции Фейнман использовал поля Янга–Миллса как упрощенную модель для гравитации. Он обнаружил, что обычная диаграммная техника в приложении к полям Янга–Миллса приводит к противоречиям, и наметил направление для построения ее модификации. Это построение он, однако, не завершил.

Итак, чтение литературы дало объект для изучения – поле Янга–Миллса и конкретную задачу – дать корректное и явно релятивистское описание его квантования. Я подчеркнул требование явной релятивистской инвариантности, поскольку в то время был уже известен подход, основанный на гамильтоновом формализме со связями, идущий от Дирака. Метод Дирака получил развитие во многих работах, в том числе и в статьях Швингера, помещенных в сборнике Иваненко. Я пригласил Виктора заняться сформулированной задачей. Мы решили проанализировать проблему,

используя формализм континуального интеграла Фейнмана.

Этот формализм был сравнительно мало популярен в то время. Как известно, Фейнман вывел и обосновал явно релятивистскую диаграммную технику, отправляясь от континуального интеграла. Однако ответ оказался интуитивно более ясным, чем вывод, и диаграммная техника приобрела статус догмы. Парадоксально, но сам Фейнман в польских лекциях практически не использовал континуальный интеграл. Однако, для рассмотрения полей Янга-Миллса формализм континуального интеграла оказался наиболее адекватным.

Дело в том, что геометрическая природа поля Янга-Миллса (так же как и гравитационного поля и, в слегка вырожденной форме, электромагнитного поля) приводит к избыточности его описания в терминах локальных полей. Конфигурации, отличающиеся т. н. калибровочным преобразованием, физически эквивалентны. Другими словами, точками физического конфигурационного пространства полей Янга-Миллса являются классы эквивалентности локальных полей по отношению к действию группы калибровочных преобразований. В формализме континуального интеграла интегрирование ведется как раз по этому конфигурационному пространству. Таким образом, надо было научиться интегрировать по классам эквивалентности. Эта простая, но очень непривычная для физиков в то время идея и была нами реализована.

Для этого надо было ввести однозначную параметризацию классов и вычислить соответствующую меру. Первая задача была решена введением калибровочного условия, т.е. приемом, знакомым физикам. Геометрически калибровочное условие означает поверхность, которую орбиты калибровочной группы пересекают трансверсально и один раз. Вторая задача требовала дополнительных рассуждений, и для начала мы просто изобрели ответ.

Интуитивно было ясно, что помимо локальной меры по всем полям, искомая мера должна содержать характеристику пересечения орбит и калибровочной поверхности, т.е. содержать соответствующий якобиан. Конкретные формулы инфинитезимальных калибровочных преобразований почти однозначно подсказали мне вид дифференциального оператора, определитель которого и должен стать нашим якобианом. Я поделился догадкой с Виктором (это было осенью 1966 г.) и через пару дней он принес убедительный вывод, подтверждающий ее. Трюк (в хорошем смысле), лежащий в основе этого вывода, сейчас универсально известен и находит все новые приложения. Поправки к диаграммной технике, следующие из модифицированного континуального интеграла,

можно интерпретировать как вклад фиктивных частиц. Эти частицы теперь называются духами Фаддеева–Попова.

Мы поняли, что сделали существенное открытие в самых основах квантовой теории поля. Труднее было убедить в его важности сообщество физиков. Мы послали краткое изложение нашего предложения (“письмо”) в международный журнал “Физикс Леттерс” и подготовили более подробный текст, который был опубликован весной 1967 г. в виде препринта Киевским институтом теоретической физики.

В декабре 1966 г. я впервые выехал в самостоятельную зарубежную командировку на два месяца в Институт Высших Научных Исследований под Парижем. Приглашение было обусловлено известностью моей работы по трем частицам. Я пробовал рассказать и о нашей с Виктором работе, но практически не встретил интереса. Однако С. Дезер сказал мне, что В. Де-Витт, продолжая подход, намеченный Фейнманом в польской лекции, получил сходные результаты. Так я понял, что в своей деятельности мы не одиноки.

Признание нашей работы пришло в начале 70-х г.г. в связи с работой 'т Хоофта по перенормируемости объединенной модели электромагнитного и слабого взаимодействия Вайнберга–Салама. Эта модель была основана на полях Янга–Миллса и появлении массы векторных полей на основе механизма спонтанного нарушения симметрии. Наша работа составила техническую основу подхода 'т Хоофта. С тех пор она прочно вошла в арсенал приемов квантовой теории поля.

После кульминации в 1966–67 г.г. наше сотрудничество с Виктором постепенно ослабело. Мы неторопливо продолжали работать над реализацией нашего формализма для поля теготения и в конце концов выпустили еще одну статью-обзор в Успехах Физических Наук [8]. Некоторое время было потрачено на попытки получить массу на основе механизма сверхпроводимости. Здесь начал работать новый сотрудник П. П. Кулиш. Мы также связали наш формальный трюк с теорией Дирака, получив тем самым его убедительное обоснование. Эта связь частично отражена в Киевском препринте [7] и обзоре в Успехах [8].

Геометрической интерпретации подхода Дирака и его связи с континуальным интегралом посвящена моя работа [9], открывшая журнал “Теоретическая и Математическая Физика” в 1969 г. Эта статья написана под большим влиянием обсуждений с Виктором.

В 70-е г.г. я перешел к теории солитонов, сначала классической, а затем квантовой, а Виктор вернулся к тематике тео-

рии конденсированных сред. Он принимал самое активное участие в семинаре лаборатории математических проблем физики, интересовался работой моих молодых сотрудников, но подлинно совместной работы у нас больше не было. Виктор окончательно повзрослел и стал работать и жить самостоятельно.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Фаддеев, *30 лет в математической физике*. — Труды Матем. ин-та 176 (1987), 4–29, М, Наука.
2. А. Lichnerovich, *Théorie relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme* Paris: Masson, 1955.
3. А. Лихнерович, *Теория связности в целом и группы голономии* М.: Изд. иностр. лит., 1960, 216 с.
4. *Элементарные частицы и компенсирующие поля* (Сб. статей под ред. Д. Д. Иваненко) М.: Мир, 1964 299 с.
5. R. P. Feynman, *Quantum theory of gravitation*. — Acta Phys. Pol. 24 (1963), 697–722.
6. L. D. Faddeev, V. N. Popov, *Feynman diagrams for the Yang-Mills field*. — Phys. Lett. B. 25 No. 1 (1967), 29–30.
7. В. Н. Попов, Л. Д. Фаддеев, *Теория возмущений для калибровочно-инвариантных полей*. — Препринт ИТФ-67-36, Киев, (1967), 28.
8. В. Н. Попов, Л. Д. Фаддеев, *Ковариантное квантование гравитационного поля*. — Усп. Физ. Наук 111 No. 3 (1973), 427–450.
9. Л. Д. Фаддеев, *Интеграл Фейнмана для сингулярных лагранжианов*. — Теор. Мат. Физ. 1 No. 1 (1969), 3–18.

С.-Петербургское отделение  
Математического института  
им. В. А. Стеклова РАН

Поступило 1 февраля 1995 г.